FORMULAIRE D'ÉLECTRICITÉ

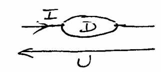
RESEAUX LINEAIRES EN REGIME STATIONNAIRE

* Lois de Kirchhoff

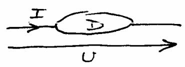
loi des noeuds $\sum_{noeud} \pm I = 0$ — ± selon sens des courants

loi des mailles $\sum_{maille} \pm U = 0$ — ± selon orientation maille

* Conventions d'orientation

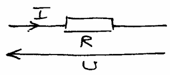


convention récepteur



convention générateur

* Représentation linéaire d'un dipôle passif



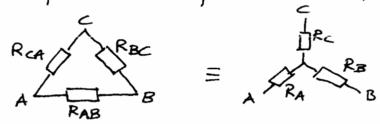
$U = RI$ loi d'ohm

En continu, $L \rightarrow R$ nulle
$C \rightarrow R\ \infty$

Associations de résistances série : $R_{eq} = \Sigma R$ parallèle : $R_{eq} = \left(\Sigma \frac{1}{R}\right)^{-1}$

théorème de Kennely ($\Delta \rightarrow \lambda$)

$$R_i = \frac{R_{ij} R_{ik}}{\Sigma R_\Delta}$$



Réciproque du thm de Kennely ($\lambda \rightarrow \Delta$)

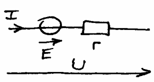
$$G_{ij} = \frac{1}{R_{ij}} = \frac{G_i G_j}{\Sigma G_\lambda}$$

* Représentation linéaire d'un dipôle actif

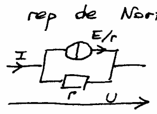
générateur de tension (E, r)

loi : $U = E - rI$ (E : fém ; r : résistance interne)

rep. de Thévenin



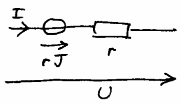
rep de Norton



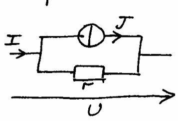
générateur de courant (J, r)

loi : $I = J - \frac{U}{r}$ (J : courant de court. circuit)

rep. de Thévenin



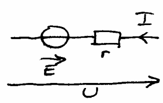
rep de Norton



accumulateur en charge

loi : $U = E + rI$ (E : fcém)

rep de Thévenin



moteur

loi : $U = E' + rI$ m̂ rep. que ci-dessus

* Puissance et énergie électrique en régime stationnaire $\mathcal{P} = UI$ $\mathcal{E} = \mathcal{P}t$

générateur de tension (E, r)

énergie elec (secteur) EIt ou chimique (pile) ⟶ $EIt - rI^2t$ Énergie électrique
↘ rI^2t chaleur dissipée dans le générateur

moteur (E', r, rdt mécanique η)

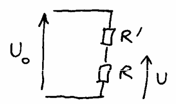
énergie élec $E'It + rI^2t$ ⟶ énergie méca $E'It$ ⟶ Énergie mécanique récupérable travail $W = \eta E'It$
↘ rI^2t chaleur dissipée dans les enroulements du moteur
↘ chaleur (frottements)

* Loi de Pouillet (circuit simple linéaire)

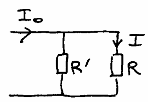
$$I = \frac{\Sigma \pm E}{\Sigma R}$$

expression algébrique (Le circuit est orienté dans le sens choisi arbitrairement pour I)

* diviseurs de tension et de courant

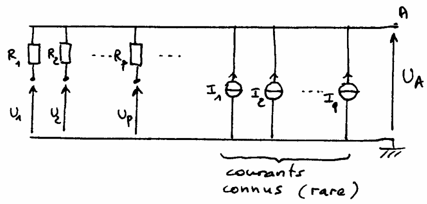


$$U = \frac{R}{R+R'}\,U_0$$



$$I = \frac{R'}{R+R'}\,I_0$$

* théorème de Millman



$$U_A = \frac{\sum_p \frac{U_p}{R_p} + \sum_q I_q}{\sum_p \frac{1}{R_p}}$$

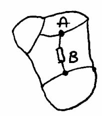
* théorème de superposition

Dans un réseau linéaire alimenté par plusieurs sources indépendantes, le courant circulant dans une branche est la somme algébrique des courants produits par les différentes sources agissant séparément, toutes les autres sources étant supposées éteintes (source de tension → fil, source de courant → circuit ouvert)

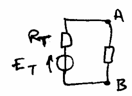
* théorèmes de Thévenin et de Norton

principe

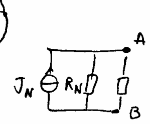
Un dipôle D complexe entoure la branche AB dans laquelle on cherche le courant



On remplace D par son modèle de Thévenin ou de Norton et on fait le calcul (facile)



ou



Pb : déterminer E_T, R_T ou J_N, R_N

détermination de $R_T = R_N$

On isole le dipôle D en enlevant la branche AB. On éteint les sources de D. R_T (ou R_N) est alors la résistance équivalente vue des points A B

détermination de E_T

On isole le dipôle D en enlevant la branche AB. On calcule alors la ddp entre A et B (ddp à vide). $E_T = U_{AB}$ à vide

détermination de J_N

On isole le dipôle D en enlevant la branche AB. On place alors un fil entre A et B : le courant traversant ce fil est alors le courant de court-circuit J_N

RESEAUX LINEAIRES EN REGIME SINUSOÏDAL PERMANENT (monophasé)

* Représentation des grandeurs électriques

$u = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi_u)$
$\quad = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_u)$

u : valeur instantanée
$\hat{U}$: amplitude, U : valeur efficace
ω : pulsation, φ_u : phase à l'origine (rad.)

$\underline{u} = \hat{U}\,e^{j(\omega t + \varphi_u)}$
$\quad = \underbrace{\hat{U}e^{j\varphi_u}}\,e^{j\omega t}$
$\quad = \underline{\hat{U}}\,e^{j\omega t}$
$\quad = \underline{U}\sqrt{2}\,e^{j\omega t}$

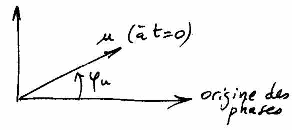
$\underline{u}$: valeur instantanée complexe $\quad \mathrm{Re}(\underline{u}) = u$
$\underline{\hat{U}}$: amplitude complexe
$\underline{U}$: valeur efficace complexe
$\underline{U} = U e^{j\varphi_u}$ contient toutes les infos utiles
$U = |\underline{U}| \qquad \varphi_u = \mathrm{Arg}(\underline{U})$

Module et argument d'un complexe (rappel)

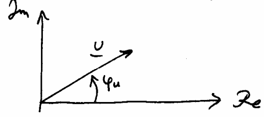
$\underline{U} = A + jB \qquad |\underline{U}| = \sqrt{A^2+B^2} \qquad \mathrm{Arg}(\underline{U}) = \arctan\frac{B}{A}$

$$\left|\frac{\underline{U}\cdot\underline{U}'}{\underline{U}''}\right| = \frac{|\underline{U}|\cdot|\underline{U}'|}{|\underline{U}''|} \qquad \mathrm{Arg}\left|\frac{\underline{U}\cdot\underline{U}'}{\underline{U}''}\right| = \mathrm{Arg}(\underline{U}) + \mathrm{Arg}(\underline{U}') - \mathrm{Arg}(\underline{U}'')$$

représentation de Fresnel



représentation dans le plan complexe



Intérêt de ces représentations : lois des mailles $\Rightarrow$ addition vectorielle de "$\vec{u}$"
lois des noeuds $\Rightarrow$ " " de "$\vec{i}$"

* Impédance d'un dipôle linéaire

Z telle que $U = Z\,I$ admittance $Y = \frac{1}{Z}$

impédance complexe $\underline{Z}$ telle que $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Z\,e^{j\varphi_{ui}}$$

φ_{ui} déphasage de u % i

$\Rightarrow$ $Z = |\underline{Z}|$ $\varphi_{ui} = \mathrm{Arg}(\underline{Z})$ $\underline{Z}$ peut se mettre sous la forme $R + j\underbrace{X}_{\text{réactance}}$

$R \Rightarrow \begin{cases} Z_R = R \\ \varphi_{ui} = 0 \end{cases}$ $\underline{Z}_R = R$

$L \Rightarrow \begin{cases} Z_L = L\omega \\ \varphi_{ui} = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ $\underline{Z}_L = jL\omega$
(u en avance sur i)

$C \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{1}{C\omega} \\ \varphi_{ui} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$ $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}$
(u en retard sur i)

* puissance

$p = u.i$ puissance instantanée

$\mathcal{P} = UI\cos\varphi_{ui}$ puissance moyenne $\cos\varphi_{ui}$ ($\equiv \cos\varphi_{iu}$) = facteur de puissance
EDF impose aux industriels d'avoir un $\cos\varphi > 0{,}93$

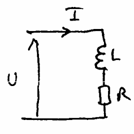
$\underline{S} = \underline{U}.\underline{I}^* = \mathcal{P} + jQ$ puissance complexe

$|\underline{S}| = S = UI =$ puissance apparente (VA) - $\mathrm{Arg}(\underline{S}) = \arctan\frac{Q}{P} = \varphi_{ui}$

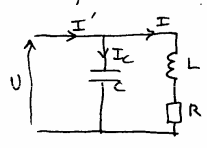
$\mathcal{P} = \mathcal{R}e(\underline{S}) = UI\cos\varphi_{ui}$ puissance (active) (W)

$Q = \mathcal{I}m(\underline{S}) = UI\sin\varphi_{ui}$ puissance réactive (VAR)

Relèvement du facteur de puissance : calcul de C par la méthode de Boucherot



$\rightarrow$



$\mathcal{P}$ $\rightarrow$ $\mathcal{P}' = \mathcal{P} + \mathcal{P}_C = \mathcal{P}$ ($\mathcal{P}_C = 0$)

Q $\rightarrow$ $Q' = Q + Q_C$

$Q = \mathcal{P}\tan\varphi$ $Q' = \mathcal{P}\tan\varphi'$ $Q_C = -C\omega U^2 \Rightarrow C$

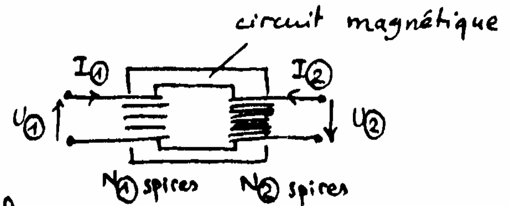
* Problèmes de réseaux linéaires en régime sinusoïdal

lois du continu transposables à l'alternatif en remplaçant I par $\underline{I}$, U par $\underline{U}$ et R par $\underline{Z}$

Transformateur idéal : notions de base

1. Monophasé

schéma de principe :



symbole :

ou

Pour un transfo idéal, on a

$$|U_{②}| = m\,|U_{①}| \qquad \varphi(U_{②}, U_{①}) = \pi$$

$$\text{avec } m = \frac{N_{②}}{N_{①}}$$

$$|I_{②}| = \frac{1}{n}\,|I_{①}|$$

$$n = m$$

Par rapport à un transfo réel, écart 10% maxi sur m et φ, écart peut être plus grand pour n.

2. Triphasé . Cas d'un réseau symétrique

$$m = \frac{N_{②}}{N_{①}} \qquad \text{rapport de transformation } M = \frac{U_{②}}{U_{①}}$$

(rapport des tensions composées ⚠)

En général $m \neq M$

a) Couplage symétrique des enroulements $\curlywedge\curlywedge$, $\Delta\Delta$ (parfois notés Yy et Dd)

$M = m$

b) couplage mixte $\curlywedge\Delta$, $\Delta\curlywedge$ (parfois notés Yd et Dy)

- $\curlywedge\Delta$ $\quad M(\curlywedge\Delta) = \frac{m}{\sqrt{3}}$
- $\Delta\curlywedge$ $\quad M(\Delta\curlywedge) = m\sqrt{3}$