M01. Petit exo sur les coordonnées cartésiennes.
Un point matériel M se déplace avec une vitesse qui s'exprime dans un repère cartésien par :
$\vec{v}$ *(3t² + t ; 0 ; 2 + 3t)*. A *t = 0*, il est en M_0 *(2, 3, 2)*.
1) Calculer l'accélération du point M.
2) Donner l'équation horaire de sa trajectoire.

M 02. La cinématique en s'amusant.
Soit un mouvement dont les composantes sont : x = 1 + 3 t et y = 1 + 4 t.
Déterminer l'équation (cartésienne) de la trajectoire, la vitesse et l'accélération (modules) du mobile.

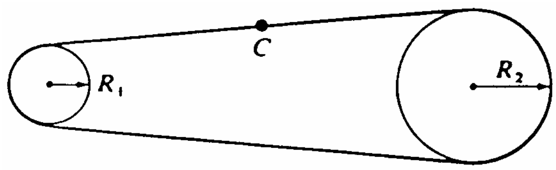
M 03. Mouvement dans le champ de pesanteur, petite étude cinématique.
Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel lancé dans l'espace sont :
x = 2t ; y = 0 z = $-5t^2 + 4t$.
Les distances sont mesurées en mètres, les durées en secondes et l'axe Oz est vertical ascendant. On prendra t ≥ 0.
1) Donner l'équation cartésienne de la trajectoire.
2) Déterminer le vecteur vitesse du point matériel :
a) lorsque ce point passe par le sommet de la trajectoire,
b) lorsque ce point rencontre le plan z = 0,
3) Déterminer le vecteur accélération du point matériel mobile.

M 04. La cinématique c'est fantastique.
Les coordonnées cartésiennes d'une particule à l'instant t sont données par les équations suivantes, dites équations horaires :
1) x = 1 + t y = 1 - 2t z = -t
2) x = $\sqrt{3}$ + 2t y = sin t z = 0
Dans chacun des deux cas, reconnaître et tracer la trajectoire.

M 07. Terre dans le référentiel géocentrique.
La Terre tourne uniformément autour de son axe. Le jour sidéral est égal à $8{,}616.10^4$ s.
1) Exprimer la durée d'un jour sidéral en heures et minutes.
2) Calculer la vitesse angulaire de rotation de la Terre.
3) Trouver, en fonction de la latitude φ, la vitesse et l'accélération d'un point à la surface de la Terre.
4) Calculer ces grandeurs en un point de l'Equateur (R = $6{,}35.10^6$ m). Pourquoi ne ressent-on pas les effets de cette grande vitesse?

M 08. Machine tournante.
Le rotor d'une machine tourne à 1 200 $tr.min^{-1}$. A l'instant t = 0, Il est soumis à une accélération angulaire $\ddot{\alpha}_0$ supposée constante qui provoque son arrêt en 300 tours.
1) Exprimer en fonction du temps la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ et l'angle α dont tourne le rotor à partir de l'instant t = 0.
2) Calculer la valeur de $\ddot{\alpha}_0$ et la durée du freinage.

M 09. Ces bonnes vieilles poulies...
On considère un système de deux poulies reliées par une courroie (figure). La première poulie a un rayon R_1 = 5 cm et tourne à la vitesse angulaire constante ω_1 = 180 $rad.s^{-1}$, la seconde a un rayon R_2.= 30 cm.



1) Calculer la vitesse angulaire de la seconde poulie.
2) La courroie porte une marque C. Calculer l'accélération du point C au cours du mouvement.

M 10. C'est fou ce qu'on peut faire faire à des bateaux.
A l'instant t = 0, deux navires sont situés sur un même méridien, le navire N' étant à une distance b au nord de N. Soient N_0 et N'_0 les positions initiales des navires. Nous choisirons les axes fixes (liés à la Terre, considérée comme localement plane) N_0x vers l'Est et N_0y vers le Nord.
1) N se dirige vers le Nord à la vitesse constante v, N' vers l'Est avec la vitesse constante v'. Quelle sera la distance minimale entre les deux navires?
2) N' se dirige vers l'Est avec la vitesse constante v'. Quelle direction doit prendre N à la vitesse constante v pour atteindre N' en ligne droite? Calculer la durée t_0 correspondante.

M21. Toto et Médor le chat.
1) Toto se tient bien tranquillement à une extrémité du salon, dont le plafond est à *3,20m* du sol, en train de jouer par terre avec des cailloux qu'il considère comme ponctuels. Tout à coup, Médor entre dans la pièce et se place à *8,00 m* du garçon - prudent le chat. Toto envisage de lancer un petit caillou sur l'animal. Sachant qu'il les envoie avec une vitesse de $9,00\ m.s^{-1}$,quelle inclinaison par rapport à l'horizontale doit-il donner à la vitesse initiale des cailloux pour atteindre sa cible, en supposant que le félin, tétanisé par la vue du charmant bambin, se tienne immobile ?
2) Dans le plan vertical contenant Toto et le chat se trouve un luminaire, à *2,80 m* du sol, à égale distance entre Médor et Toto. En réalité, le chat quitte la pièce à la vue du 1^{er} caillou. De dépit, Toto décide de viser le luminaire. Même question.

M29. Brouillard en novembre, Noël fin décembre (proverbe dijonnais).
Une petite goutte d'eau tombant dans l'atmosphère est soumise à son poids et à l'action de l'air. En négligeant la poussée d'Archimède, nous supposons que cette action de l'air se réduit à une résistance proportionnelle à la vitesse $\vec{f} = -\lambda.\vec{v}$. On abandonne une goutte d'eau sans vitesse initiale et en atmosphère calme.
1) Ecrire les trois équations différentielles du mouvement de la goutte et montrer que le mouvement a lieu selon l'axe vertical, que l'on orientera vers le haut.
2) Montrer que la goutte atteint une vitesse limite v_L. Exprimer $\|\vec{v}_L\|$ en fonction de m, λ et g.
3) Trouver l'expression de la vitesse $\|\vec{v}\|$ en fonction du temps.
4) Application numérique : m = 1,00. 10^{-6} kg ; g = 9,81 $m.s^{-2}$, $\|\vec{v}_L\|$ = 5,00. 10^{-3} $m.s^{-1}$. Calculer la durée de la chute pour que la vitesse limite soit atteinte à 10^{-2} près en valeur relative.