CINEMATIQUE DU POINT

Référentiel = objet physique par rapport auquel on observe un mouvement

Repère = système d'axe associé à un référentiel

définitions

position $\vec{r}(M) = \overrightarrow{OM}$

vitesse $\vec{v}(M) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\overrightarrow{OM}} = \dot{\vec{r}}$

accélération $\vec{a}(M) = \dfrac{d\vec{v}(M)}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\overrightarrow{OM}}$

projections

coord. cartésiennes $\vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z}$ fixes

coord. cylindriques $\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z}$ $\quad$ $\vec{u_r}, \vec{u_\theta}$ mobiles

$\dot{\vec{u_r}} = \dot{\theta}\,\vec{u_\theta} \qquad \dot{\vec{u_\theta}} = -\dot{\theta}\,\vec{u_r}$

coord. intrinsèques (repère de Frénet) $\vec{u_T}, \vec{u_N}, \vec{u_B}$

$\vec{v}(M) = \|\vec{v}\|\,\vec{u_T} \qquad \vec{a}(M) = \dfrac{d\|\vec{v}\|}{dt}\vec{u_T} + \dfrac{v^2}{\rho}\vec{u_N}$

ρ = rayon de courbure

changement de référentiel

$\mathcal{R}'$ réf. mobile par rapport à $\mathcal{R}$

$\dot{\vec{u}}' = \vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{u}' \qquad \vec{u}' = \vec{u_{x'}}, \vec{u_{y'}}$ ou $\vec{u_{z'}}$

$\dot{\vec{u}}' = \left.\dfrac{d\vec{u}'}{dt}\right|_{\mathcal{R}}$

~~méthode directe~~

$\vec{v}_{/\mathcal{R}} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_{\mathcal{R}} \qquad \vec{a}_{/\mathcal{R}} = \left.\dfrac{d\vec{v}_{/\mathcal{R}}}{dt}\right|_{\mathcal{R}}$ $\quad$ vitesse et accélération "absolues"

$\vec{v}_{/\mathcal{R}'} = \left.\dfrac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{\mathcal{R}'} \qquad \vec{a}_{/\mathcal{R}'} = \left.\dfrac{d\vec{v}_{/\mathcal{R}'}}{dt}\right|_{\mathcal{R}'}$ $\quad$ " relatives"

composition des vitesses et des accélérations

$\vec{v}_{/\mathcal{R}}(M) = \vec{v}_{/\mathcal{R}'}(M) + \vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}(M)$

$\vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}(M)$ = vitesse d'entrainement de $\mathcal{R}'$ /. $\mathcal{R}$, mesurée au point M

$= \vec{v}_{/\mathcal{R}}(M \in \mathcal{R}')$ cad vitesse /. $\mathcal{R}$ de M considéré comme lié à $\mathcal{R}'$

$\vec{a}_{/\mathcal{R}}(M) = \vec{a}_{/\mathcal{R}'}(M) + \vec{a}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}(M) + \vec{a}_c(M)$

$\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{v}_{/\mathcal{R}'}(M)$ $\quad$ accélération complémentaire (Coriolis)

DYNAMIQUE DU POINT ; ENERGIE EXCLUE

quantité de mouvement et moment cinétique

qdm $\vec{p} = m\vec{v}$

moment cinétique par rapport à un point A

$$\vec{L}(A) = \vec{AM} \wedge m\vec{v} \qquad (= \vec{\mathcal{M}}(\vec{p}, A))$$

moment cinétique par rapport à un axe Δ

$\vec{L}(\Delta) = \vec{HM} \wedge m\vec{v}$, H étant la projection orthogonale de M sur Δ

(utile dans le cas d'un mouvement circulaire avec Δ axe de rotation)

forces à distance

force gravitationnelle, électrostatique, magnétique, poids $\vec{P} = m\vec{g}$

forces de contact

particule liée à un solide : réaction $\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N}$

$\vec{R_T}$ réaction tangentielle = force de frottement solide, opposée au mvt
$\vec{R_N}$ réaction normale

frottements fluides : force souvent modélisée sous la forme $\vec{f_f} = -\lambda\vec{v}$

force de rappel élastique exercée par un ressort $\vec{f_r} = -k\,\vec{\Delta\ell} = -k(\vec{\ell} - \vec{\ell_v})$

Moment d'une force

par rapport à un point A : $\vec{\mathcal{M}}(\vec{f}, A) = \vec{AM} \wedge \vec{f}$

par rapport à un axe Δ : $\vec{\mathcal{M}}(\vec{f}, \Delta) = \vec{HM} \wedge \vec{f}$, H étant la projection orthogonale de M sur Δ

Référentiel galiléen

= référentiel dans lequel la physique est la même que dans un référentiel fixe.

Si on a un référentiel galiléen $\mathcal{R}$, alors tous les autres référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme /. $\mathcal{R}$

Dynamique dans un référentiel galiléen

relation fondamentale de la dynamique du point : $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \Sigma\vec{f}$

2e forme de la RFDP : $\frac{d\vec{L}(O)}{dt} = \Sigma\vec{\mathcal{M}}(\vec{f}, O)$ O point fixe

Traduction de l'équilibre $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma\vec{f} = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\mathcal{M}} = \vec{0}$

(point (pseudo) isolé)

Loi des actions réciproques $\vec{f}_{A\to B} = -\vec{f}_{B\to A}$

Dynamique dans un référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$

RFDP généralisée $m\vec{a}_{/\mathcal{R}'} = \Sigma \vec{f} + \vec{f_e} + \vec{f_c}$

$\vec{f_e}$: force d'inertie d'entraînement $\vec{f_e} = -m\,\vec{a}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}$

$\vec{f_c}$: force d'inertie de Coriolis $\vec{f_c} = -m\,\vec{a_c} = -2m\,\vec{\omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} \wedge \vec{v}_{/\mathcal{R}'}$

Méthode
1°/ définir le système (point matériel)
2°/ choisir le référentiel en précisant s'il est ou non considéré galiléen
3°/ bilan des forces + éventuellement forces d'inertie
4°/ citer la loi employée (RFDP sous une forme ou l'autre) et l'appliquer ⇒ équa diff du mouvement
5°/ Résolution → équation horaire du mvt ou eq. de la trajectoire

DYNAMIQUE DU POINT : L'ENERGIE

Travail d'une force $\vec{f}$ agissant sur M

travail élémentaire $dW(\vec{f}) = \vec{f}\cdot d\vec{OM}$

sur un trajet $1 \to 2$ $W(\vec{f}, 1\to 2) = \int_{M_1}^{M_2} \vec{f}\cdot d\vec{OM} = \int_{t_1}^{t_2} \underbrace{\vec{f}\cdot\vec{v}(M)}_{\mathcal{P}(\vec{f})\text{ : puissance}}\,dt$

Energie cinétique $\mathcal{E}c = \frac{1}{2} m v^2$

Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta\mathcal{E}c(1\to 2) = \mathcal{E}c_2 - \mathcal{E}c_1 = \Sigma\, W(\vec{f}, 1\to 2)$$

Force conservative. $\vec{f}$ conservative s'il existe une fonction $\mathcal{E}p(\vec{f})$ telle que :

$$W(\vec{f}, 1\to 2) = -\Delta\mathcal{E}p(\vec{f}, 1\to 2) = -\left[\mathcal{E}p(\vec{f})_2 - \mathcal{E}p(\vec{f})_1\right]$$

→ travail indépendant du trajet suivi pour aller de 1 à 2

ou $\vec{f} = -\vec{grad}\,\mathcal{E}p(\vec{f})$

énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}p(\vec{P}) = mgh + cste$ (h = hauteur)

énergie potentielle élastique $\mathcal{E}p(\vec{F_r}) = \frac{1}{2} k\, \Delta l^2 + cste$

$\vec{f}$ peut aussi être qualifiée de conservative si son travail est nul (exple : $\vec{R_N}$) bien que sans énergie potentielle associée

Force dissipative = non conservative → forces de frottements $\vec{R_T}$ et $\vec{f_F}$ ($W<0$)

Point dans un environnement conservatif (si toutes les forces sont conservatives)

énergie potentielle globale du point $\mathcal{E}p = \Sigma\,\mathcal{E}p(\vec{f})$

équilibre : stable ⇔ minimum de $\mathcal{E}p$; instable ⇔ maximum de $\mathcal{E}p$

énergie mécanique $\mathcal{E}m = \mathcal{E}c + \mathcal{E}p$ se conserve

Point dans un environnement dissipatif $\mathcal{E}m \searrow$