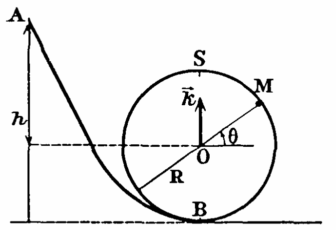
M 41. Et les shadocks...

Une pompe élève 5 000 litres d'eau par heure à une hauteur *h* de *6 m*. Elle fonctionne sous *220 V* et consomme un courant d'intensité *0,8 A.*

1). Quelle est la force contre-électromotrice et la résistance du moteur de la pompe si le travail des forces de frottement est la moitié du travail mécanique produit? *Application numérique :* $g = 9,81\ m.s^{-2}$.

2). Que devient l'intensité du courant si moteur se bloque? Quelle est alors l'énergie transformée en chaleur dans le moteur en 1 minute?

M 42. Luna park.



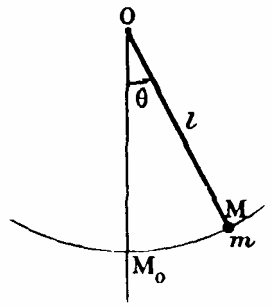
Une particule matérielle glisse sans frottement dans une gouttière terminée par une boucle circulaire.

1). Exprimer ρ, la réaction de la gouttière, en fonction de *m*, *v* (vitesse de la particule), R, g, θ.

2). La particule est abandonnée en A sans vitesse initiale. Exprimer v en fonction de g, R, θ, h.

3). En déduire la valeur minimale de l'altitude initiale pour que la particule reste en contact avec la gouttière tout au long du trajet.

M 43. Energie d'un pendule simple.



Une masse m est fixée à l'une des extrémités d'une tige rigide de masse négligeable, de longueur *l*. L'ensemble est mobile dans un plan vertical autour d'un axe horizontal O situé à l'autre extrémité. Les liaisons sont parfaites.

A l'instant t = 0, la masse passe à la verticale de O avec la vitesse v_0.

1). Exprimer l'énergie potentielle de la masse et tracer $\mathscr{E}_p(\theta)$. *Nous convenons de prendre égale à zéro la valeur de l'énergie potentielle de la masse dans sa position basse* M_0.

2). Exprimer l'énergie mécanique $\mathscr{E}_m$.

3). Discuter l'allure du mouvement et en donner les bornes suivant les valeurs de v_0.

4) Donner l'équation horaire $\theta(t)$ dans le cas du mouvement borné.

M 44. Luge glissant dans la soupe.

Un corps solide de masse $m = 100\ kg$ glisse, à vitesse constante, sur un plan incliné de $\alpha = 30°$ par rapport au plan horizontal. Calculer le travail W_F des forces de frottements, au cours d'un déplacement de longueur $L = 100\ m$ le long d'une ligne de plus grande pente du plan incliné. *On donne* $g = 9,81\ m.s^{-2}$.

Rép : - 49 kJ

M 45. De la ponctualité des camions.

Un camion pesant *6 tonnes,* considéré comme ponctuel, part du repos sur une voie horizontale et acquiert une vitesse de $45\ km.h^{-1}$ sous l'action d'une force motrice $\vec{f}$ constante. Les diverses résistances passives (frottements, liaisons imparfaites) qui agissent sur le véhicule équivalent à une force R_T de *250 N* horizontale et opposée au mouvement, et on admettra que ces résistances sont indépendantes de la vitesse.

1-a) Calculer la force motrice en supposant que la vitesse est acquise en une minute.

1-b) Calculer le travail pendant ce temps de démarrage (travail de la force motrice).

2) On règle alors la force motrice de façon à maintenir constante cette valeur de $45\ km.h^{-1}$, quelle est la puissance fournie par le moteur?

3-a) Le camion aborde une pente de *1 cm par mètre parcouru* et on supprime la force motrice. Calculer la longueur *L* du chemin parcouru sur la rampe avant l'arrêt.

3-b) Si on arrête brusquement le camion au moyen de freins, après un parcours de $L' = 100\ m$ sur la pente, quelle sera le travail W_{FR} de la force de freinage? *On donne* $g = 9,81\ m.s^{-2}$.

Rép : 1500 N ; 563 kJ ; 3125 W ; 559 m ; - 385 kJ

M 46. Tramway.

Un tramway pesant *10 tonnes* est actionné par un moteur électrique de résistance *1 Ω*, mis en série avec un rhéostat de résistance variable. La tension continue de la ligne est de *500 V*.

1) Le tramway se déplace horizontalement. En régime permanent (vitesse constante), pour se déplacer horizontalement, le tramway doit vaincre une force constante qui vaut *0,03 fois son poids*. Le moteur est alors traversé par un courant de *20 A*, la résistance du rhéostat étant égale à *9 Ω*.

a) Calculer : la puissance électrique consommée, la chaleur dégagée en une seconde par le moteur et le rhéostat, la puissance mécanique développée par le moteur du tramway.

b) En supposant que l'énergie mécanique fournie par le moteur est entièrement utilisée à la traction du tramway, calculer sa vitesse de régime.

2) On bloque les roues du tramway, de sorte que celui-ci doit vaincre une force de freinage égale au *dixième de son poids*.

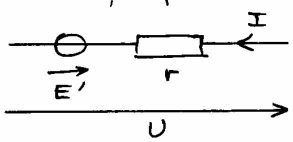
a) Au bout de combien de temps le tramway s'arrêtera-t-il? Quelle distance aura-t-il parcouru?

b) Quelle est alors l'intensité du courant qui traverse le moteur si le courant n'est pas coupé?

Rép : 10 kW ; 4kJ ; 6 kW ; 2,0 m.s^{-1} ; 2,1 m ; 2,1 s ; 50 A

Corrigés :
M 41

pompe = moteur électrique



r : résistance interne
E' = force contre électromotrice
$U = E' + rI$

énergie $\mathcal{E}_e = UIt = E'It + rI^2t$

bilan énergétique

Energie élec. $\mathcal{E}_e = UIt$ $\longrightarrow$ energie méca $\mathcal{E}_m = E'It$ $\longrightarrow$ Énergie méca récupérable : travail $W = \eta E'It$

$Q = rI^2t$ chaleur dissipée dans les enroulement du moteur de la pompe

W_F travail des forces de frottement

On donne $W_F = \frac{1}{2} W$ cad $\mathcal{E}_m = W + W_F = \frac{3}{2} W$

d'où $W = \frac{2}{3} E'It$ $(\eta = \frac{2}{3})$

D'autre part, soit W' le travail fourni en 1 t par 5000 l d'eau : c'est l'opposé du travail W fourni par la pompe

Or $W'(0 \to 6\,m) = -\Delta \mathcal{E}_p$ (poids de l'eau, $0 \to 6$ m)

$= -mg\,\Delta h\ (0 \to 6\,m)$

$= -mgH$, en posant $H = 6$ m et avec $m = 5000$ kg

$W' < 0$ car c'est un travail résistant (convention inverse de la thermo ⚠)

d'où $W = mgH$

donc $\frac{2}{3} E'It = mgH$

$\boxed{E' = \frac{3mgH}{2It}}$ A.N. $\boxed{E' = 153\ V}$

$U = E' + rI \Rightarrow \boxed{r = \frac{U - E'}{I}}$ A.N. $\boxed{r = 83\ \Omega}$

2) Si le moteur se bloque $\mathcal{E}_m = 0$ cad $E' = 0$

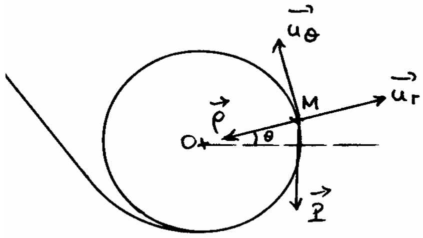
Soit I_b le courant correspondant. on a : $U = rI_b$

$\boxed{I_b = \frac{U}{r}}$ A.N. $\boxed{I = 2,64\ A}$

$t = 1$ min

$\boxed{Q_b = rI_b^2 t = \frac{U^2}{r} t}$ A.N. $\boxed{Q_b = 34820\ J \approx 35\ kJ}$

M 42



1) système = particule matérielle
ref = terrestre, supposé galiléen
bilan des forces : réaction $\vec{\rho}$, poids $\vec{P}$

RFDP : $m\vec{a} = \vec{\rho} + \vec{P}$

→ projection dans un repère polaire.

En coord intrinsèques $\vec{a} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}\vec{u_T} + \frac{v^2}{R}\vec{u_N}$

donc en polaires $\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\vec{u_r} + \frac{d|\vec{v}|}{dt}\vec{u_\theta}$ ($\vec{u_T}, \vec{u_\theta}$ même sens ici)

$\vec{P} = -mg\sin\theta\,\vec{u_r} - mg\cos\theta\,\vec{u_\theta}$ $\qquad \vec{\rho} = -\rho\,\vec{u_r}$

Projetons sur $\vec{u_r}$ pour obtenir ρ

$-m\frac{v^2}{R} = -mg\sin\theta - \rho \rightarrow \boxed{\rho = m\left(\frac{v^2}{R} - g\sin\theta\right)}$

2) Expression de la vitesse → thm de l'énergie cinétique

état initial : particule en A $v = 0$
état final : particule repérée par θ, vitesse v

$\Delta \mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{c_f} - \mathcal{E}_{c_i} = \frac{1}{2}mv^2$

$\Sigma W(i \to f) = W(\vec{P}, i\to f) + \underbrace{W(\vec{\rho}, i \to f)}_{0 \text{ car } \vec{\rho} \perp \text{ mouvement}}$ (absence de frottement)

$dW(\vec{P}) = \vec{P}\cdot d\vec{OM} = m\vec{g}\cdot d\vec{OM} = -mg\,dz$

$W(\vec{P}) = -mg\int_A^M dz$

$= -mg(z_M - z_A)$ $\qquad z_A = h \qquad z_M = R\sin\theta$

$W(\vec{P}, i\to f) = -mg(R\sin\theta - h)$

$= mg(h - R\sin\theta)$

d'où $\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - R\sin\theta)$

$$\boxed{v = \sqrt{2g(h - R\sin\theta)}}$$

3) Report dans ρ

$\rho = m\left(\frac{2g}{R}(h - R\sin\theta) - g\sin\theta\right) = m\left(\frac{2gh}{R} - (2g+g)\sin\theta\right)$

$\rho = m\left(\frac{2gh}{R} - 3g\sin\theta\right)$

ρ_{mini} pour $\theta = +\frac{\pi}{2}$ soit $\sin\theta = 1$

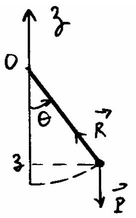
$\rho_{min} = m\left(\frac{2gh}{R} - 3g\right)$

Particule toujours en contact si $\rho_{min} > 0$ cad $\frac{2gh}{R} - 3g > 0$

cad $h > \frac{3}{2}R$

$$\boxed{h_{min} = \frac{3R}{2}}$$

M 43



1) système = M (masse m)
réf : terrestre, supposé galiléen
forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$
réaction $\vec{R}$ de la tige sur M : la direction de $\vec{R}$ dépend de la nature de toutes les liaisons, en particulier la liaison O ⟺ tige.

Ici toutes les liaisons sont parfaites donc $\vec{R} \perp$ mouvement.

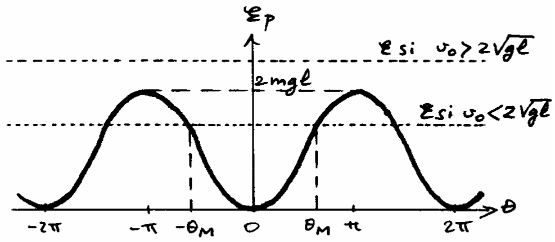
Le poids est une force conservative, la réaction $\vec{R}$ ne travaille pas ⇒ le système est dans un environnement conservatif

et $\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_p(\vec{P}) = mgh + cste = mgz + cste$

cste ? en $z = -\ell$ (M_0) $\mathcal{E}_p = 0 = -mg\ell + cste$ $cste = mg\ell$

⇒ $\mathcal{E}_p = mg(z+\ell)$ $z = -\ell\cos\theta$

d'où $\boxed{\mathcal{E}_p = mg\ell(1-\cos\theta)}$



2) Expression de $\mathcal{E}$

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$
$= \frac{1}{2}mv^2 + mg\ell(1-\cos\theta)$

Or, le système étant dans un environnement conservatif, $\mathcal{E}$ se conserve

donc $\boxed{\mathcal{E} = \mathcal{E}(M_0) = \frac{1}{2}mv_0^2}$

3) Allure du mouvement, 2 cas :

1/ M tourne autour de O, θ prenant toutes les valeurs de 0 à $+\infty$ (ou $-\infty$ selon le sens de $\vec{v}_0$)

Possible si $\mathcal{E} > \mathcal{E}_{p\,max}$ cad si $\frac{1}{2}mv_0^2 > 2mg\ell$

cad si $\boxed{v_0 > 2\sqrt{g\ell}}$

2/ M oscille autour de la position $\theta = 0$

cas où $v_0 < 2\sqrt{g\ell}$

L'angle maximum θ_{max} s'obtient par

$\mathcal{E} = \mathcal{E}(\theta_M) = \mathcal{E}_p(\theta_M)$ car $\mathcal{E}_c(\theta_M) = 0$

$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\ell(1-\cos\theta_M)$

$1 - \cos\theta_M = \frac{v_0^2}{2g\ell}$

$$\boxed{\theta_M = \arccos\left(1 - \frac{v_0^2}{2g\ell}\right)}$$

* cas particulier : si $v_0 = 2\sqrt{g\ell}$ alors $\theta_M = \pi$

M s'arrête en $\theta = \theta_M = \pi$ (position d'équilibre instable)

M45.

1) système = camion étudié dans le réf. terrestre supposé galiléen

forces : $\vec{F}$ force motrice cste

$\vec{f}$ résultante des forces résistantes

$\vec{P}$ poids

$\vec{R}$ réaction normale de la route

thm de la résultante cinétique ⇒ $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{f} + \underbrace{\vec{P} + \vec{R}}_{\vec{0}}$

proj sur l'axe Ox de la route :

$$m\ddot{x} = ma = F - f$$

$$\Rightarrow F = ma + f$$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_d}{t_d}$ car F et f étant cstes a = cste

$v_d = 45 \text{ km.h}^{-1}$ $\quad t_d = 1 \text{ min}$

$$F = \frac{m v_d}{t_d} + f = \frac{6\,000 \times 45}{3,6 \times 60} + 250$$

$$\boxed{F = 1500 \text{ N}}$$

2) $W(\vec{F}, d) = \int \vec{F}.\vec{v}\, dt = \int F\, v\, dt = F a \int_0^{t_d} t\, dt$

$$= \frac{F v_d}{t_d} \frac{t_d^2}{2} = \frac{1}{2} F v_d t_d$$

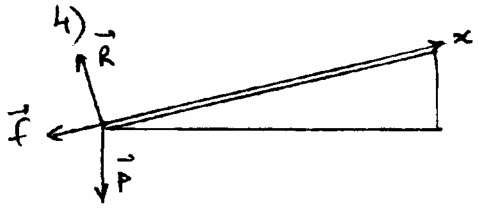
$$= \frac{1}{2}\, 1500 \times \frac{45}{3,6} \times 60 = 562,5 \text{ kJ}$$

$$\boxed{W(\vec{F}, d) = 563 \text{ kJ}}$$

3) $v = \text{cste} \Rightarrow a = 0 \rightarrow F = f = 250 \text{ N}$

d'où $\mathcal{P} = F.v = 250 \times \frac{45}{3,6}$ $\quad \boxed{\mathcal{P} = 3125 \text{ W}}$

4)



$\sin\theta = \frac{1}{100} = 0,01$

thm de l'E.C. $\quad \Delta E_c = \Sigma W$

$$\Delta E_c = -\frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Sigma W = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + \underbrace{W(\vec{R})}_{0}$$

$$W(\vec{P}) = \int_0^L \vec{P}.d\vec{OM} = \int_0^L mg\, dx \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -mgL\sin\theta$$

$$W(\vec{f}) = -fL$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 = (mg\sin\theta + f)L \quad \Rightarrow L = \frac{m v_i^2}{2(mg\sin\theta + f)}$$

$$L = \frac{6000 \times 45^2}{3{,}6^2 \times 2 \times (6000 \times 9{,}81 \times 0{,}01 + 250)} = 558{,}967 \qquad \boxed{L = 559\ m}$$

5) force supplémentaire due au freinage

$\rightarrow W_{fr} < 0$

* bilan thermo sur les disques des freins

W reçu $\quad W = -W_{fr} > 0$

Q cédée, on cherche $|Q| = -Q$

$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow |Q| = W = -W_{fr}$

* Etude mécanique du camion

Thm E.c $\quad \Delta E_c = -\frac{1}{2} m v_i^2 \quad$ arrêt au bout de $l = 100\ m$

$\Sigma W = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W_{fr}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} m v_i^2 = -mg\, l \sin\theta - f\, l + W_{fr}$

* d'où $|Q| = -W_{fr} = \frac{1}{2} m v_i^2 - mgl \sin\theta - fl$

$= 0{,}5 \times 6000 \times \frac{45^2}{3{,}6^2} - 6000 \times 9{,}81 \times 100 \times 0{,}01 - 250 \times 100$

$= 384\,890$

$\boxed{|Q| \approx 385\ kJ}$

Remarque : ici, c'est la chaleur dégagée au niveau des freins qui a été cherchée. Le travail W_{FR} demandé vaut donc –385 kJ, le bilan thermodynamique n'est pas encore à l'ordre du jour.