DYNAMIQUE : L'ENERGIE

1. TRAVAIL ET PUISSANCE

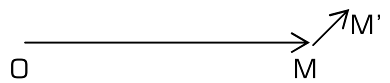
Le travail représente une quantité d'énergie produite ou consommée par une force sur un trajet donné. C'est une notion qui découle directement du théorème de l'énergie cinétique (cf . § 2.2).

1.1. Cas d'un point

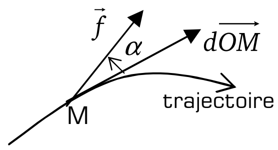
a) Quantité élémentaire de travail

$$\boxed{\delta W = \vec{f}.d\overrightarrow{OM}}$$

$d\overrightarrow{OM}$ représente le déplacement élémentaire (c'est à dire infiniment petit) d'un point M.



Pour M' infiniment voisin de M :
$\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + d\overrightarrow{OM}$



$\delta W = f.dOM.\cos\alpha$

Remarque : nous noterons le travail élémentaire avec un δ et non un d car, dans le cas général, il n'est pas la variation élémentaire d'une fonction : on dit que ce n'est pas une différentielle exacte.

b) Quantité de travail produit sur un trajet 1 → 2

$W(\vec{f}, 1\rightarrow 2) = \int_{M_1}^{M_2} \vec{f}.d\overrightarrow{OM}$ (l'intégrale se faisant sur la trajectoire)

$= \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}.\vec{v}(M).dt$

Dans le cas d'une force constante, $\boxed{W(\vec{f}, 1\rightarrow 2) = \vec{f}.\overrightarrow{M_1M_2}}$

c) Puissance d'une force

On définit la puissance par

$$\boxed{\mathscr{P}(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{v}(M)}$$

W N m.s^{-1}

On a alors $\delta W = \vec{f}.\vec{v}(M)dt$
$= \mathscr{P}(\vec{f}).dt$

d'où $$\boxed{\mathscr{P}(\vec{f}) = \frac{dW(\vec{f})}{dt}}$$

J

W s

La puissance apparaît comme la dérivée d'une énergie par rapport au temps, cette notion étant commune à tous les domaines de la physique.

1.2. Cas d'un système

a] Travail d'une action de résultante $\vec{F} = \sum \vec{f}$

Chacune des forces $\vec{f}$ agit sur un des points du système.

$$W_F\,(1 \to 2) = \sum W(\vec{f}, 1 \to 2)$$

◊ Exemple : travail du poids

$W(\vec{P}, 1 \to 2) = \int_1^2 m\vec{g}.d\overrightarrow{OG} = m\vec{g}.\overrightarrow{G_1G_2}$ G barycentre du système, se déplaçant de G_1 à G_2

$= -\,mg\;\Delta Z(1 \to 2)$ Z = altitude de G

$$\boxed{W(\vec{P}, 1 \to 2) = mg\;(Z_1 - Z_2)}$$

Remarque :on distingue le travail des actions intérieures W_{int} et le travail des actions extérieures W_{ext}. W_{int} ne dépend que des variations de distances relatives entre les différents points du système. Ainsi $W_{int} = 0$ pour un solide.

b] Travail d'un couple de moment $\vec{M}_C$ agissant sur un paramètre angulaire α.

Travail élémentaire : $\boxed{\delta W_C = \mathcal{M}_C.d\alpha}$ Puissance associée : $\boxed{\mathcal{P}_C = \mathcal{M}_C.\,\omega}$
avec ω : vitesse angulaire

2. Energie cinetique et theoreme de l'energie cinetique

2.1. Définition

Pour un point $\boxed{\mathcal{E}c\;(M) = \frac{1}{2} m\,v\,(M)^2}$ Pour 1 système $\mathcal{E}c = \Sigma\,\frac{1}{2} m\;v^2$

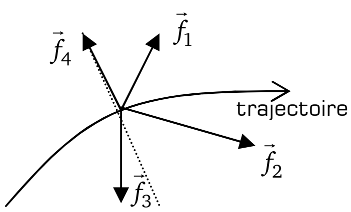
Remarque : pour un solide $\mathcal{E}c = \frac{1}{2} m v(G)^2$

2.2. Théorème de l'énergie cinétique

$$\boxed{\Delta\mathcal{E}\;(1 \to 2) = \mathcal{E}c_2 - \mathcal{E}c_1 = W_{int}(1 \to 2) + W_{ext}(1 \to 2)}$$

2.3. Travail moteur / résistant

Si $W > 0$ le travail est dit moteur.
Il est dit résistant dans le cas contraire.



$\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$ ont des travaux moteurs
$W(\vec{f}_3)$ est un travail résistant
$\vec{f}_4$ ne travaille pas.

Un travail moteur contribue à l'augmentation de l'énergie cinétique d'un système.
Un travail résistant contribue à sa diminution.

Remarque : en thermodynamique, où l'aspect énergétique est centré sur le système, un travail positif sera qualifié de reçu ; un travail négatif sera dit cédé par le système.

3. ENERGIE POTENTIELLE

3.1. Force conservatrice et énergie potentielle associée

Une force $\vec{f}$ est conservatrice si son travail est indépendant du chemin suivi c'est-à-dire s'il existe 1 fonction $\mathcal{E}p\ (\ \vec{f}\ )$ telle que $W\ (\vec{f}\ ,\ 1\rightarrow 2) = -\Delta\,\mathcal{E}p\ (\vec{f}\ ,\ 1\rightarrow 2) = -[\mathcal{E}p\ (\vec{f}\ )_2 - \mathcal{E}p\ (\vec{f}\ )_1]$

$\mathcal{E}p\ (\vec{f}\ )$ est appelée énergie potentielle associée à la force $\vec{f}$.

◊ Exemple :

Energie potentielle de pesanteur

$\boxed{\mathcal{E}p\ (\vec{P}\ ) = mgZ + \text{constante}}$ Z = altitude du barycentre

Remarque : $\vec{f}$ peut aussi être qualifiée de conservative si son travail est nul (exemple $\overrightarrow{R_N}$ réaction normale d'un support) bien que sans énergie potentielle associée.

3.2. Force dissipative

= non conservative. Exemple : force de frottements

3.3. Energie potentielle globale d'un système

a] Energies potentielles interne et externe

A chaque action intérieure conservative est associée une énergie potentielle $\mathcal{E}p\ (\ \vec{f}_{\text{int}}\ )$.

On pose alors $\mathcal{E}p_{int} = \Sigma\mathcal{E}p\ (\ \vec{f}_{\text{int}}\ )$

A chaque action extérieure conservative est associée une énergie potentielle $\mathcal{E}p\ (\overrightarrow{f_{ext}}\ )$.

On pose alors $\mathcal{E}p_{ext} = \Sigma\mathcal{E}p\ (\overrightarrow{f_{ext}}\ )$

b] Energie potentielle d'un système dans son environnement

On pose $\mathcal{E}p = \mathcal{E}p_{int} + \mathcal{E}p_{ext}$

Dans le cas d'un solide, $W_{int} = 0$ donc $\mathcal{E}p = \mathcal{E}p_{ext}$

4. ENERGIE MECANIQUE D'UN SYSTEME

4.1. Définition

$\boxed{\mathcal{E}m = \mathcal{E}p + \mathcal{E}c}$

Sa variation ? $\Delta\,\mathcal{E}m = \Delta\,\mathcal{E}p + \Delta\,\mathcal{E}c$

Soient W_C le travail des forces conservatives et W_D le travail des forces dissipatives.

D'après la définition de l'énergie potentielle, on a $\Delta\,\mathcal{E}p = -\ W_C$

Le théorème de l'énergie cinétique nous indique que $\Delta\,\mathcal{E}c = W_C + W_D$

On obtient donc $\Delta\,\mathcal{E}p = W_D$ que l'on peut aussi écrire $W_D^{int} + W_D^{ext}$

4.2. Cas d'un système conservatif

Il s'agit d'un système pour lequel les actions intérieures sont conservatives (pas de frottement, liaisons intérieures parfaites). On a $W_D^{int} = 0$

a] Système conservatif isolé : $W_{ext} = 0 \Rightarrow \Delta\mathcal{E}m = 0$ $\mathcal{E}m$ = constante

b] Système conservatif dans un environnement conservatif
L'environnement est dit conservatif si les actions extérieures sont conservatives (conservatives (pas de frottement, liaisons parfaites avec l'extérieur).
$W_D^{ext} = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\mathscr{E}m = \text{constante}}$

c] Système conservatif dans un environnement dissipatif
$W_D^{ext} < 0 \quad \Rightarrow \Delta\mathscr{E}m < 0$ $\boxed{\mathscr{E}m \searrow}$

4.3. Cas d'un système dissipatif

$W_D^{int} < 0$
Quel que soit l'environnement du système $\boxed{\mathscr{E}m \searrow}$

En particulier, un système n'ayant pas d'échange avec l'extérieur n'a pas une énergie constante, ce qui peut surprendre. C'est qu'il s'agit ici de l'énergie mécanique, le bilan est donc incomplet. Nous compléterons ce bilan en thermodynamique en introduisant une énergie d'origine microscopique : la chaleur.