

E 60. Condition d'existence d'une onde électromagnétique.

Dans une région sans charge ni courants de conduction, on considère, dans le vide, les champs électrique et magnétique suivants :

$$\vec{E} = -\frac{ak^2y}{\epsilon_0\mu_0\omega}\cos(\omega t - kx)\vec{u}_z \quad \vec{B} = a.\sin(\omega t - kx)\vec{u}_x + aky.\cos(\omega t - kx)\vec{u}_y$$

L'ensemble (\vec{E}, \vec{B}) constitue-t-il une onde électromagnétique, et si oui, à quelle condition?

E 61. Champ électrique associé à un champ magnétique donné.

Dans une région sans charge, ni courants de conduction, on considère le champ magnétique dans le vide :

$$\vec{B} = a \sin(\omega t - kx)\vec{u}_x + aky \cos(\omega t - kx)\vec{u}_y \quad \text{où } a, k \text{ et } \omega \text{ sont des constantes.}$$

Exprimer le champ électrique \vec{E} pour que (\vec{E}, \vec{B}) constitue une onde électromagnétique. S'agit-il d'une onde progressive ? Si oui, selon quelle direction ?

E 62. Onde modulée.

Dans le vide, en l'absence de charge et de courant, à quelle condition le champ électrique $\vec{E} = a.\sin(\alpha x)\cos(\omega t - kz)\vec{u}_y$ est-il le champ électrique d'une onde électromagnétique?

E 63. Condition d'existence d'une onde électromagnétique.

Dans le vide, en l'absence de charge et de courant, l'ensemble des deux vecteurs $\vec{E} = E_0 \sin(kz).\sin(\omega t).\vec{u}_x$ et $\vec{B} = B_0 \cos(kz).\cos(\omega t).\vec{u}_y$ constitue-t-il une onde électromagnétique, et si oui à quelle condition ?

Cette onde est-elle progressive ?

E 64. Champ magnétique associé à un champ électrique donné.

Dans le vide, en l'absence de charge et de courant, on considère le champ électrique : $\vec{E} = E_0.\sin(kz).\cos(\omega t).\vec{u}_x$.

À l'aide des équations de Maxwell, déterminer le vecteur champ magnétique correspondant. A quelle condition ces deux champs représentent-ils une onde électromagnétique ? S'agit-il d'une onde progressive ? Si oui, selon quelle direction ?

E 65. Solution de l'équation d'onde.

On considère l'équation de propagation à une coordonnée d'espace de l'une des composantes X de \vec{E} ou \vec{B}

$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$. Vérifier qu'une fonction de la forme : $X(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ satisfait cette équation, f et g étant deux fonctions.

E 68. Caractéristiques d'une onde.

Dans le vide, on considère une onde plane, progressive, monochromatique représentée en notation complexe par :

$$\vec{E} = E_0.e^{j(\omega t - kz)}\vec{u}_x. \text{ Sa fréquence est } 20 \text{ MHz, l'amplitude } E_0 \text{ vaut } 10 \text{ V.m}^{-1}. \text{ On donne } c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

1) Donner l'expression réelle de \vec{E} . Quelle est la direction de propagation de l'onde ? En déduire l'expression du champ magnétique associé \vec{B} .

2) À quelle type de polarisation a-t-on à faire ? Donner le cas échéant la direction de polarisation de l'onde.

3) Donner les caractéristiques de cette onde (toutes ne demandent pas un calcul) : amplitudes de E et B , vecteur d'onde, longueur d'onde. À quelle domaine du spectre électromagnétique appartient cette onde ?

E 69. Quelques ordres de grandeur :

1) Amplitudes des champs d'un faisceau laser.

Un laser hélium-néon émet un faisceau cylindrique de section droite 1 mm^2 et de puissance 1 mW . Il produit une onde polarisée rectilignement. L'onde est quasi-plane sinusoïdale car la largeur du faisceau est bien supérieure à la longueur d'onde. Déterminer l'amplitude des champs électrique et magnétique.

Rép : 870 V.m^{-1} ; $2,9 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

2) Émission d'une station radio.

Une source d'onde EM monochromatique située dans une plaine émet un rayonnement isotrope polarisé rectilignement de puissance 1 MW . Calculer l'amplitude du champ électrique à la distance de 1000 km .

Rép : $1,1 \cdot 10^{-2} \text{ V.m}^{-1}$

E 70. Puissance rayonnée.

On considère l'onde électromagnétique dans le vide (avec $k^2 + \alpha^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \omega^2 / c^2$) :

$$\vec{E} = a \cdot \sin(\alpha x) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y, \quad \vec{B} = -\frac{a}{\omega} \left[k \sin(\alpha x) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x + \alpha \cos(\alpha x) \sin(\omega t - kz) \vec{u}_z \right]$$

- 1) Exprimer le vecteur de Poynting.
- 2) Calculer sa valeur moyenne.
- 3) En déduire la puissance moyenne rayonnée à travers la surface rectangulaire prise dans le plan de cote z_0 dont les sommets ont pour coordonnées $(0, 0, z_0)$, $(x_0, 0, z_0)$, $(0, y_0, z_0)$, (x_0, y_0, z_0) .

E 72. Détection d'une onde électromagnétique.

Une onde électromagnétique plane, monochromatique de fréquence $f = 1$ MHz, polarisée rectilignement se propage dans le vide. L'amplitude du champ électrique est $E_0 = 10^{-4}$ V.m⁻¹. On donne : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H.m⁻¹ ; $c = 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.

On pourra utiliser un repère cartésien tel que $\vec{E} = E \vec{u}_y$, $\vec{B} = B \vec{u}_z$ et $\vec{c} = c \vec{u}_x$.

- 1) Calculer l'amplitude B_0 du champ magnétique.
- 2) Cette onde est reçue sur un cadre formé de $N = 10$ spires carrées de côté $a = 0,3$ m, placé dans le plan xOy . À quelle condition sur la longueur d'onde peut-on considérer le champ magnétique comme uniforme sur le cadre ? Comment nomme-t-on cette approximation ? Est-elle justifiée ici ? Exprimer alors le flux magnétique à travers le cadre. En déduire le flux magnétique maximum ainsi que la valeur maximale de la f.é.m. induite (amplitudes).
- 3) Déterminer la valeur moyenne du module du vecteur de Poynting : $\langle \Pi \rangle$.
- 4) Déterminer la valeur moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique : $\langle w \rangle$.
- 5) Cette onde est émise par une source ponctuelle rayonnant de manière isotrope dans un hémisphère.

Calculer la puissance moyenne rayonnée à 1 000 km de la source (c'est-à-dire dans l'hémisphère centré sur la source et de rayon $R = 1000$ km).

Rép : $3,33 \cdot 10^{-13}$ T ; ... ; $1,88 \mu\text{V}$; $1,33 \cdot 10^{-11}$ W.m⁻² ; $4,42 \cdot 10^{-20}$ J.m⁻³ ; $83,56$ W

E 73. Détection d'une onde électromagnétique, influence de la fréquence.

Une onde électromagnétique plane, monochromatique, polarisée rectilignement suivant Oy se propage dans le vide suivant Ox. Soit ω la pulsation de l'onde et soit $E_0 = 1$ V.m⁻¹ l'amplitude du champ électrique de cette onde.

L'onde est reçue sur un cadre rectangulaire placé dans le plan xOy de côtés $a = 0,3$ m, $b = 0,2$ m, un des grands côtés étant confondu avec Oy. Soit $N = 20$ le nombre de spires du cadre.

- 1) Exprimer la f.é.m. induite e dans le cadre, à partir du champ électrique. Montrer qu'en notation complexe, on obtient $\underline{e} = NE_0 a e^{j\omega t} (1 - e^{-jkb})$

- 2) En déduire que l'amplitude de cette fém est $e_M = aNE_0 \sqrt{2(1 - \cos(kb))}$

- 3) Calculer la valeur maximale e'_M approchée de cette f.é.m. induite en considérant le champ magnétique uniforme sur le cadre.

- 4) Calculer l'écart relatif $\frac{\Delta e}{e} = \frac{|e_M - e'_M|}{e_M}$

Faire l'application numérique pour les fréquences 10^7 Hz, 10^8 Hz, 10^9 Hz. Conclure.

E 74. Panneau solaire photovoltaïque

Les caractéristiques d'un module photovoltaïque sont données dans le tableau ci-contre lorsque le module reçoit une puissance rayonnante de 1000 W sur 1 m² de surface de module.

T (température des cellules)	25 °C	50 °C
\mathcal{P}_{\max} (en W)	36	32,5
$U_{P\max}$ (en V)	16,3	14,4
I à 10 V (en A)	2,29	2,28
I_{CC} (en A)	2,45	2,50
U_{CO} (en V)	20,3	18,4

- 1) Donner l'allure de la caractéristique tension-intensité (tension en abscisse et intensité en ordonnée) de ce module photovoltaïque, à 50 °C, pour une puissance rayonnante reçue de 1 kW. On placera le point de fonctionnement A correspondant à l'intensité de court-circuit ; le point de fonctionnement B correspondant à un circuit ouvert le point de fonctionnement C correspondant à la puissance électrique maximale disponible.
- 2) Ce module reçoit, à 50 °C, une puissance rayonnante surfacique $\varphi = 1\text{kW}\cdot\text{m}^{-2}$. La tension à ses bornes, lorsqu'il fonctionne, est égale à 10 V.
 - a) D'après les données, quelle est, alors, la valeur de l'intensité I du courant ?
 - b) Quelle est la puissance électrique fournie ?
 - c) La surface S du module est égale à $0,185$ m². Calculer le rendement énergétique du module.
- 3) Que peut-on conclure de l'influence d'une augmentation de la température sur les performances d'un panneau solaire photovoltaïque ?